

## Barem / Soluție (100p)

**Notă:** Se acceptă mici abateri grafice sau numerice dacă metoda este corectă și răspunsul este compatibil cu harta dată. Orice metodă de rezolvare corectă, care conduce la rezultatul final corect sau la un rezultat aflat în intervalele precizate, trebuie punctată corespunzător.

**Se acordă 10 puncte din oficiu.**

- 1) **(3,0p)** Se acordă **1,0p** pentru marcarea corectă a zenitului și câte **0,5p** pentru fiecare punct cardinal plasat corect: N, S, E, V.
- 2) **(20,0p)** Pentru fiecare dintre cele 10 constelații cerute se acordă **1,0p** pentru trasarea corectă pe hartă și **1,0p** pentru denumirea corectă.
- 3) **(4,0p)** Se acordă câte **1,0p** pentru fiecare dintre următoarele trasări corecte: meridianul, ecuatorul ceresc, ecliptica și cercul circumpolar.
- 4) **(16,0p)** Pentru fiecare dintre cele 8 stele cerute se acordă **1,0p** pentru marcarea corectă pe hartă și **1,0p** pentru denumirea Bayer corectă: Vega –  $\alpha$  Lyr, Altair –  $\alpha$  Aql, Arcturus –  $\alpha$  Boo, Alphecca –  $\alpha$  CrB, Eltanin –  $\gamma$  Dra, Menkalinan –  $\beta$  Aur, Aljanah –  $\varepsilon$  Cyg, Fang –  $\pi$  Sco.
- 5) **(10,0p)** Pentru fiecare dintre 5 obiecte Messier se acordă **1,0p** pentru marcarea corectă pe hartă și **1,0p** pentru identificarea corectă a tipului de obiect: M51 – galaxie, M13 – roi globular, M57 – nebuloasă, M104 – galaxie, M4 – roi globular.
- 6) **(4,0p)** Latitudinea se determină din distanța zenitală a polului nord ceresc. Dacă notăm cu  $R_{PNC}$  distanța radială pe hartă dintre zenit și polul nord ceresc, iar cu  $R_{hart}$  raza hărții, atunci distanța zenitală a polului este  $z_{PNC} = \frac{R_{PNC}}{R_{hart}} \cdot 90^\circ$ . Cum înălțimea polului nord ceresc este egală cu latitudinea locului, rezultă  $\varphi = 90^\circ - z_{PNC}$ . Din măsurătoarea pe hartă rezultă  $z_{PNC} = 42^\circ 38'$ , deci  $\varphi = 47^\circ 20'$ .

Mărime	Valoare minimă	Valoare maximă	Punctaj
$\varphi$	$45^\circ 50'$	$48^\circ 50'$	Maxim - <b>4,0p</b>
	$44^\circ 50'$	$49^\circ 50'$	Parțial - <b>2,0p</b>

- 7) **(4,0p)** Se acordă câte **2,0p** pentru fiecare stea  $\alpha$  corect identificată dintre cele care vor apune în următoarele 3 ore: Castor ( $\alpha$  Gem), Regulus ( $\alpha$  Leo), Acubens ( $\alpha$  Cnc), Alchiba ( $\alpha$  Crv), Alkes ( $\alpha$  Crt),  $\alpha$  Sex. În total, maximum **4,0p**. Se consideră corecte atât denumirile proprii, cât și denumirile Bayer.
- 8) **(8,0p)**

**Metoda 1.** Se punctează maxim orice rezolvare directă care duce la rezultatul corect (inclusiv scrierea directă a rezultatului final din măsurarea cu o sfoară pe hartă sau cunoașterea ascensiei drepte a unor stele la meridian).

Mărime	Valoare minimă	Valoare maximă	Punctaj
$\theta$	$14h50min$	$15h10min$	Maxim - <b>8,0p</b>
	$14h45min$	$15h15min$	Parțial - <b>4,0p</b>

**Metoda 2.** De pe hartă se pot măsura distanța zenitală și azimutul punctului autumnal  $\Omega$  (intersecția ecuatorului cu ecliptica)  $z_{\Omega} = 61^{\circ}14'$  și  $A_{\Omega} = 53^{\circ}39'$ . Din triunghiul paralactic, știind că  $\delta_{\Omega} = 0^{\circ}$ ,

$$\frac{\sin H_{\Omega}}{\sin z_{\Omega}} = \frac{\sin A}{\sin 90^{\circ}}$$

deci  $\sin H_{\Omega} = \sin z_{\Omega} \sin A_{\Omega}$  (**3,5p**). De pe hartă se poate observa că  $0^{\circ} < H_{\Omega} < 90^{\circ}$ , deci  $H_{\Omega} = \arcsin(\sin z_{\Omega} \sin A_{\Omega})$ . Timpul sideral este dat de  $\theta = H_{\Omega} + \alpha_{\Omega}$ , deci  $\theta = 15h00min$ .

Mărime	Valoare minimă	Valoare maximă	Punctaj
$z_{\Omega}$	$59^{\circ}44'$	$62^{\circ}44'$	Maxim - <b>1,5p</b>
	$58^{\circ}44'$	$63^{\circ}44'$	Parțial - <b>0,75p</b>
$A_{\Omega}$	$52^{\circ}09'$	$55^{\circ}09'$	Maxim - <b>1,5p</b>
	$51^{\circ}09'$	$56^{\circ}09'$	Parțial - <b>0,75p</b>
$\theta$	$14h50min$	$15h10min$	Maxim - <b>1,5p</b>
	$14h45min$	$15h15min$	Parțial - <b>0,75p</b>

- 9) (**5,0p**) Soarele mediu este definit ca punctul ipotetic care se mișcă pe Ecuator cu viteză constantă și cu perioadă egală cu cea a Soarelui adevărat. Deci, viteza sa unghiulară este  $\omega_{\odot,m} = 24h/365$ , 25 zile. Numărul de zile dintre 20 martie și 7 mai este  $N = 48$ . Astfel, ascensia dreaptă a Soarelui mediu este  $\alpha_{\odot,m} = \omega_{\odot,m}N$ , deci  $\alpha_{\odot,m} = 3h09min$ .

Mărime	Valoare minimă	Valoare maximă	Punctaj
$\alpha_{\odot,m}$	$3h04min$	$3h 14min$	Maxim - <b>5,0p</b>

Dacă rezultatul numeric este greșit, dar formula pentru  $\alpha_{\odot,m}$  este corectă, se acordă **3,0p**.

- 10) (**8,0p**) Timpul legal este dat de  $t_l = 12h + H_{\odot,m} - L + n$  (**3,0p**), unde  $H_{\odot,m}$  este unghiul orar al Soarelui mediu,  $L = 21^{\circ}23'$  este longitudinea și  $n = +3h$  este fusul orar, deoarece se folosește ora de vară. Ecuația timpului nu este utilizată în formulă deoarece unghiul orar este cel al Soarelui mediu, nu al Soarelui adevărat. Unghiul orar al Soarelui este dat de  $H_{\odot,m} = \theta - \alpha_{\odot,m}$  (**1,0p**), deci  $H_{\odot,m} = 11h51min$ . Timpul legal este deci  $t_l = 1h25min$ .

Mărime	Valoare minimă	Valoare maximă	Punctaj
$t_l$	$1h10min$	$1h40min$	Maxim - <b>4,0p</b>
	$1h00min$	$1h50min$	Parțial - <b>2,0p</b>

- 11) (**8,0p**)

**Metoda 1.** Prin estimarea ochiometrică SAU măsurarea cu ajutorul unei sfiori pe ecuator SAU din cunoașterea exactă a coordonatelor stelei Spica, se pot obține direct, fără necesitatea redactării,  $\alpha = 13h27min$  și  $\delta = -11^{\circ}18'$ .

Mărime	Valoare minimă	Valoare maximă	Punctaj
$\delta$	$-13^{\circ}17'$	$-09^{\circ}17'$	Maxim - <b>4,0p</b>
$\alpha$	$13h12min$	$13h42min$	Maxim - <b>4,0p</b>

**Metoda 2.** De pe hartă, distanța zenitală a steii este  $z = \frac{R_{Spica}}{R_{hartă}} \cdot 90^{\circ}$ . Din triunghiul sferic format de Polul Nord Ceresc, Zenit și Spica (triunghiul paralactic) se obțin:

$$\begin{cases} \cos(90^{\circ} - \delta) = \cos z \cos(90^{\circ} - \varphi) + \sin z \sin(90^{\circ} - \varphi) \cos(180^{\circ} - A) \\ \frac{\sin H}{\sin z} = \frac{\sin(180^{\circ} - A)}{\sin(90^{\circ} - \delta)} \end{cases} \quad (3,0p)$$

Declinația este deci  $\delta = \arcsin(\sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos A)$ . De pe hartă se poate observa că  $0^{\circ} < H < 90^{\circ}$ , deci  $H = \arcsin\left(\frac{\sin z \sin A}{\cos \delta}\right)$ . Ascensia dreaptă este dată de  $\alpha = \theta - H$  (**1,0p**).

Din măsurătorile de pe hartă,  $z = 62^{\circ}12'$  și  $A = 26^{\circ}03'$ , de unde  $\delta = -11^{\circ}17'$  și  $\alpha = 13h27min$ .

Mărime	Valoare minimă	Valoare maximă	Punctaj
$z$	$60^{\circ}42'$	$63^{\circ}42'$	Maxim - <b>1,0p</b>
	$59^{\circ}42'$	$64^{\circ}42'$	Parțial - <b>0,5p</b>
$A$	$24^{\circ}33'$	$27^{\circ}33'$	Maxim - <b>1,0p</b>
	$23^{\circ}33'$	$28^{\circ}33'$	Parțial - <b>0,5p</b>
$\delta$	$-13^{\circ}17'$	$-09^{\circ}17'$	Maxim - <b>1,0p</b>
	$-14^{\circ}17'$	$-08^{\circ}17'$	Parțial - <b>0,5p</b>
$\alpha$	$13h12min$	$13h42min$	Maxim - <b>1,0p</b>
	$13h02min$	$13h52min$	Parțial - <b>0,5p</b>

