

Olimpiada Republicană de Astronomie și Astrofizică

Secțiunea Seniori Proba Teoretică

22 Februarie 2026

Instrucțiuni

- 1 Proba este alcătuită din 4 părți: 10 probleme tip grilă, 3 probleme scurte, 2 probleme lungi, o problemă de analiza datelor.
- 2 Fiecare subiect este punctat cu câte 100 de puncte.
- 3 Toate subiectele sunt obligatorii.
- 4 Orice rezolvare corectă sau parțial corectă va fi punctată corespunzător.
- 5 La problemele tip grilă, alegeți doar o variantă de răspuns și scrieți pe foaia de examen **DOAR** varianta de răspuns corectă.
- 6 Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

Subiectul I

Total: 10 întrebări $\times$ 10p = 100p

- 1 Care este formula corespunzătoare densității critice a Universului?
 - a) $\rho = \frac{3H^2}{8\pi G}$
 - b) $\rho = \frac{8\pi H^2}{3G}$
 - c) $\rho = \frac{3H^2}{4\pi G}$
 - d) $\rho = \frac{H^2}{\pi G}$
- 2 Care dintre următoarele informații nu este adevărată despre analemă?
 - a) Analema este figura trasată pe cer prin diferite poziții ale Soarelui puse în evidență la aceeași oră și din același loc, în cursul unui an calendaristic.
 - b) Analema are o formă asemănătoare cu cifra 8.
 - c) Poziția cea mai înaltă corespunde solstițiului de vară, iar cea mai joasă celui de iarnă.
 - d) Analema realizată de pe Pământ are aceeași formă cu cea realizată de pe Marte.

-
- 3 Care este magnitudinea limită a unei stele ce poate fi observată printr-un telescop cu diametrul $D = 40.6 \text{ cm}$, considerând că magnitudinea limită a ochiului uman este $m_{ochi} = 6^m$?
- a) $m = 16.15^m$
 - b) $m = 14.96^m$
 - c) $m = 15.47^m$
 - d) $m = 15.15^m$
- 4 Steaua $\bar{K}_\pi$ a fost observată dintr-o localitate aflată la latitudinea $\varphi = 45^\circ 38' 12'' N$ răsărind la ora 21:37 și apunând la 04:42. Care dintre următoarele declinații poate fi a stelei?
- a) $\delta = 24.3^\circ$
 - b) $\delta = -45.8^\circ$
 - c) $\delta = -31.0^\circ$
 - d) $\delta = -50.1^\circ$
- 5 Linia spectrală $H\alpha$ din spectrul unei stele este înregistrată ca având deplasarea $\Delta\lambda = 267.43 \text{ nm}$. Lungimea de laborator a liniei spectrale este $\lambda_0 = 660.54 \text{ nm}$. Care este viteza radială a stelei?
- a) $96\,835 \text{ km s}^{-1}$
 - b) $98\,162 \text{ km s}^{-1}$
 - c) $121\,379 \text{ km s}^{-1}$
 - d) $103\,758 \text{ km s}^{-1}$
- 6 O stea are excesul de culoare $E(B - V) = 0.67$. Dacă ea are magnitudinea aparentă vizuală $m = 9.04$, cât ar fi aceasta în absența extincției?
- a) 8.37
 - b) 11.12
 - c) 6.96
 - d) 6.29
- 7 La ce înălțime aproximativă este accelerația gravitațională o zecime din valoarea ei la sol?
- a) 27 500 km
 - b) 13 800 km
 - c) 6400 km
 - d) 64 000 km
- 8 Pe planeta Pământ există 14 vârfuri care depășesc altitudinea de 8.000 de metri deasupra nivelului mării. Acestea sunt cunoscute în lumea alpinismului sub numele de „optmiari”. Toate cele 14 vârfuri se află în Asia Centrală, în două lanțuri muntoase vecine: Himalaya și Karakoram. Două dintre cele mai cunoscute vârfuri sunt vârful Everest ($h = 8849 \text{ m}$ deasupra nivelului mării, $\varphi = 27^\circ 59' 19'' N$, $L = 86^\circ 55' 31'' E$) și K2 ($h = 8611 \text{ m}$ deasupra nivelului mării, $\varphi = 35^\circ 52' 57'' N$, $L = 76^\circ 30' 48'' E$). Distanța estimativă dintre cele două vârfuri este:
- a) 2653 km
 - b) 1337 km
 - c) 1317 km
 - d) 1454 km

9 Dacă sistemul solar ar fi micșorat proporțional astfel încât semi-axa mare a orbitei Pământului să fie de 1 m, cât ar dura un „an”? Presupune că densitatea materiei rămâne neschimbată.

- a) 1 zi
- b) 5.45×10^{-10} s
- c) 365.25 zile
- d) 2.11×10^{-4} s

10 Care este declinația stelei Arcturus știind că un observator din Chișinău observă că steaua culminează superior la $h_1 = 62^\circ 1' 9''$ și inferior la $h_2 = -23^\circ 56' 7''$?

- a) $\delta = 24^\circ 67' 29''$
- b) $\delta = 19^\circ 2' 31''$
- c) $\delta = 20^\circ 48' 13''$
- d) $\delta = 18^\circ 59' 11''$

Subiectul II

Total: 30p + 35p + 35p = 100p

Problema 1: Sistem binar

Un sistem binar format din două stele de mase M_1 și M_2 orbitează în jurul centrului de masă pe traiectorii circulare, distanța dintre cele două corpuri fiind r . Notăm distanța dintre steaua de masă M_1 și centrul de masă cu r_1 , respectiv distanța dintre steaua de masă M_2 și centrul de masă cu r_2 .

- a) Scrieți expresia energiei totale a sistemului în funcție de $M_1, M_2, r_1, r_2, v_1, v_2$ și G (constanta gravitațională universală).
- b) Arătați că, din punct de vedere al forței de atracție și energiei potențiale, sistemul poate fi aproximat cu unul în care masa redusă

$$\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$$

orbitează pe un cerc de rază r în jurul masei totale

$$M = M_1 + M_2,$$

aflată în repaus.

- c) Determinați perioada de rotație a sistemului binar.

Problema 2: La mulți ani, Vlad!

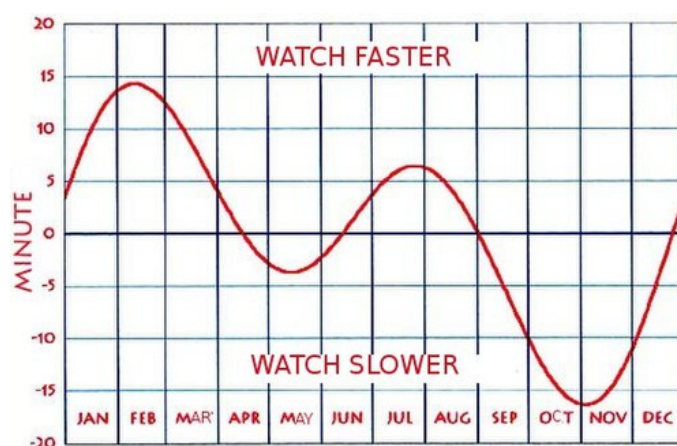
Ziua lui Vlad e pe 27 mai, iar el e curios cât timp va avea la dispoziție pentru petrecerea sa. Pentru asta, el vrea să calculeze la ce oră va apune Soarele în Chișinău ($\varphi = 47^\circ$, $L = 28^\circ 52'$, fus orar $n_h = +3^h$).

- a) Ignorând efectele atmosferice și elevația Chișinăului deasupra nivelului mării, calculați la ce oră va apune Soarele.

Fiind pasionat de astronomie, Vlad își amintește că, datorită refracției atmosferice, apusul aparent se petrece doar atunci când Soarele este la o altitudine de $-33'$.

- b) Calculați diferența de timp între apusul calculat de Vlad și cel real. Care dintre cele două se va întâmpla prima dată?
- c) Vlad vrea să știe cât va dura petrecerea, pe care el intenționează să o țină până la răsărit. Calculează durata nopții dintre datele 27-28 mai, luând în considerare refracția atmosferică.

Pentru a nu neglija ecuația timpului, găsiți mai jos graficul pentru valoarea ei pe parcursul anului.



Problema 3: 61 Cygni

61 Cygni este un sistem binar situat în constelația Cygnus, format din două stele pitice de tip spectral K (61 Cygni A și 61 Cygni B), ce orbitează una în jurul celeilalte într-o perioadă de aproximativ 659 ani. În anul 1900, steaua 61 Cygni A avea coordonatele ecuatoriale: $\alpha_{1900} = 21^h06^m17.24^s$, $\delta_{1900} = 38^\circ39'23.5''$, iar în anul 2000 $\alpha_{2000} = 21^h06^m52.51^s$, $\delta_{2000} = 38^\circ44'50.4''$. Paralaxa sistemului este $p = 285.919$ mas, iar viteza sa radială este $v_{\text{rad}} = -65.94$ km/s.

- a) Precizați dacă steaua are deplasare spre roșu sau spre albastru. Este adevărat că steaua se apropie de observator?
- b) Determinați mișcarea proprie a stelei 61 Cygni A;
- c) Aflați viteza stelei 61 Cygni A în raport cu Soarele;
- d) Distanța minimă a stelei 61 Cygni A față de Soare.

Subiectul III

Total: 50p + 50p = 100p

Problema 4: Gigel și telescoapele

Gigel are două telescoape cu aceeași reflectanță: un telescop Newtonian $f/5$ de 254 mm și un Schmidt–Cassegrain $f/10$ de 254 mm, plus niște oculare: unul de 25 mm și unul de 10 mm.

- a) Gigel vrea să se uite la Saturn și la nebuloasa Orion. Cu care telescop și cu care ocular se va uita la fiecare obiect pentru a obține cele mai bune rezultate?
- b) Se montează câte o cameră identică la ambele telescoape. Care telescop va colecta mai multă lumină în același timp de expunere?
- c) Între timp, un asteroid traversează bolta cerească. Prin care telescop va observa Gigel asteroidul mai mult timp?
- d) Mai departe, Gigel analizează planeta Saturn. Acesta observă că perioada de revoluție a planetei Saturn (în jurul Soarelui) este $T = 29.457$ ani, iar orbita sa are excentricitatea $e = 0.0565$. Calculați semiaxa mare a orbitei și viteza unghiulară a planetei Saturn. Cât timp durează să ajungă lumina de la Soare la Saturn, la afeliu și la periheliu? Calculați raportul dintre viteza maximă și cea minimă a planetei Saturn.
- e) Gigel observă, cu telescopul și camera sa CMOS, satelitul Tethys. Acesta este al cincilea cel mai mare satelit al lui Saturn, iar orbita acestuia are o excentricitate foarte mică ($e = 0.0001$). De aceea, vom considera că orbita lui Tethys este circulară. Știind că masa lui Saturn este

$$M_{\text{Saturn}} = 5.6834 \times 10^{26} \text{ kg},$$

iar raza orbitei lui Tethys este

$$a_{\text{Tethys}} = 294\,619 \text{ km},$$

calculați perioada de rotație (perioada orbitală) a lui Tethys.

Problema 5: Limita Eddington

Limita (sau luminozitatea) Eddington este o valoare extremă ce reprezintă luminozitatea maximă pe care un corp ceresc (o stea, de exemplu) o poate atinge în condițiile în care forța gravitațională ce acționează spre interior și presiunea radiației ce acționează spre exterior sunt în echilibru. O luminozitate mai mare presupune o presiune a radiației mai mare decât forța gravitațională, așadar steaua își va pierde straturile superioare de gaz, până când se va ajunge la această stare de echilibru. În această problemă vom obține o expresie pentru limita Eddington.

Pentru început, vom afla forța gravitațională ce acționează spre interior. Consideră o stea de masă M , rază R și luminozitate L , iar înăuntrul ei o particulă de masă μ aflată la distanța r de centrul stelei. Consideră masa stelei inclusă în sfera de rază r ca fiind M_{int} .

În continuare, ne vom ocupa de aflarea presiunii radiației.

- a) Scrie expresia forței gravitaționale ce acționează asupra particulei, respectiv accelerației gravitaționale la distanța r de centrul stelei.

- b) Scrie expresia fluxului luminos datorat unui obiect la distanța r de centrul acestuia.
- c) Cunoaștem faptul că accelerația datorată presiunii radiației depinde de fluxul luminos F , viteza luminii c și de opacitatea materialului stelar, κ , ce se măsoară în kg m^{-2} . Folosind aceste informații, determină expresia acestei accelerații utilizând analiza dimensională.
- d) Aplicând acest echilibru la suprafața stelei, determină luminozitatea maximă pe care aceasta poate să o aibă, în funcție de mărimile menționate în enunț.
- e) Calculați valoarea limită a luminozității pentru Soare. De câte ori este mai mare aceasta decât luminozitatea Soarelui? Se cunoaște expresia opacității:

$$\kappa = 0.2(1 + X),$$

unde X este fracția masică de hidrogen.

- f) Există obiecte cerești care pot depăși limita Eddington? De ce da/nu? Argumentați.

Presiunea unei planete variază de la centru până în exterior, în funcție de rază.

- g) Determinați suprafața S și volumul elementar dV ale unei coji sferice de rază r și grosime dr .
- h) Analizați o coajă de sferă de rază r , cu o grosime foarte mică dr , astfel încât suprafața sa interioară S se consideră egală cu cea exterioară. Pentru a evita colapsul (descompunerea), se stabilește un echilibru între forța gravitațională și diferența de presiune de la $r + dr$ și r . Scrieți expresia diferenței de presiuni $p(r + dr) - p(r) = dp$ în funcție de densitatea planetei ρ , raza fâșiei r , grosimea fâșiei dr și alte constante relevante.
- i) Presiunea la suprafața planetei $p(R)$ este nulă. Calculați presiunea în centrul planetei $p(0)$ în funcție de densitate ρ , rază R și alte constante relevante.

Dacă considerați util, puteți folosi formula următoare:

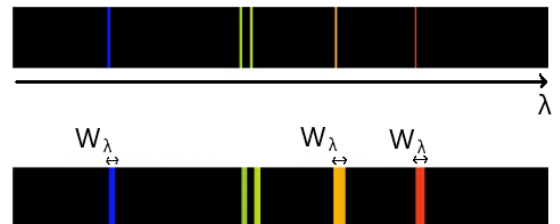
$$\int_0^R r dr = \frac{1}{2}R^2$$

Subiectul IV

Total: 100p

Analiză de date – Efectul Baldwin

În 1977, Jack A. Baldwin a publicat o lucrare importantă pentru astronomia observațională. Acesta a arătat că, în cazul quasarelor și nucleilor galactici activi, lărgimea echivalentă a unor linii spectrale — $C_{IV}(\lambda 1549)$, $C_{III}(\lambda 1909)$ și $Ly-\alpha$ — este puternic corelată cu luminozitatea obiectului.



Legea experimentală determinată este:

$$W_\lambda = kL^{-\alpha}$$

unde W_λ este lărgimea echivalentă a liniei spectrale, L este luminozitatea obiectului și k și α sunt constante.

a) Determină unitățile în SI ale constantei k în funcție de α .

Datele analizate de Baldwin, pentru linia $C_{IV}(\lambda 1549)$, sunt modificate să reprezinte lărgimea liniilor spectrale în sistemul de referință al quasarelor, pentru a elimina efectele red-shiftului cosmologic. Unitatea folosită pentru luminanță este $\text{erg s}^{-1}\text{H}_3^{-1} \cdot 10^{30}$, adică energie/timp/atom de hidrogen, o normalizare folosită des în perioada publicării lucrării, iar unitatea pentru lărgimea liniilor spectrale este $\text{\AA} = 10^{-10}\text{m}$.

Nr. Det.	L ($\text{erg s}^{-1}\text{H}_3^{-1} \cdot 10^{30}$)	$W_\lambda(\text{\AA})$
1	4.266	34.67
2	1.350	117.49
3	3.715	37.15
4	24.547	44.69
5	5.888	37.15
6	0.776	151.36
7	21.878	32.36
8	38.019	27.54
9	7.586	63.10
10	0.933	58.88
11	79.433	7.76
12	8.511	36.31
13	1.622	42.66
14	5.754	30.20
15	57.544	12.88
16	15.849	29.51
17	7.244	56.23
18	3.162	57.54
19	9.333	20.42
20	32.359	13.80

- b) Sugați o metodă de liniarizare a datelor (transformarea dependenței exponențiale într-una liniară).
- c) Realizați un grafic, pe hârtie milimetrică, a datelor liniarizate prin metoda propusă la b).
- d) Deduceți valoarea numerică a constantei α . Dacă lărgimea liniei spectrale a unui quasar e de 10 ori mai mare decât a altuia, ce putem spune despre luminanțele celor doi?
- e) Deduceți o formulă pentru eroarea relativă a energiei fotonilor care corespund liniei $C_{IV}(\lambda 1549)$ primiți de la quasari, în funcție de W_λ și λ .
- f) Calculați această eroare relativă, în procente, pentru primii 5 quasari din tabel.

Anexă – Metoda celor mai mici pătrate

Pentru dependența liniară:

$$y = ax + b$$

coeficienții se determină prin:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i) (\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$b = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i \right)$$

Subiecte propuse de:

Bichir Teodor

Costea Matei

Doroftei Bogdan Cristian

Lache Diana Elena

Petruțesc-Boaru Rareș Iustin

Rusea Bogdan