

Barem ORAA Seniori

Grile (10x10p=100 pct)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	d	d	c	b	c	b	c	c	b

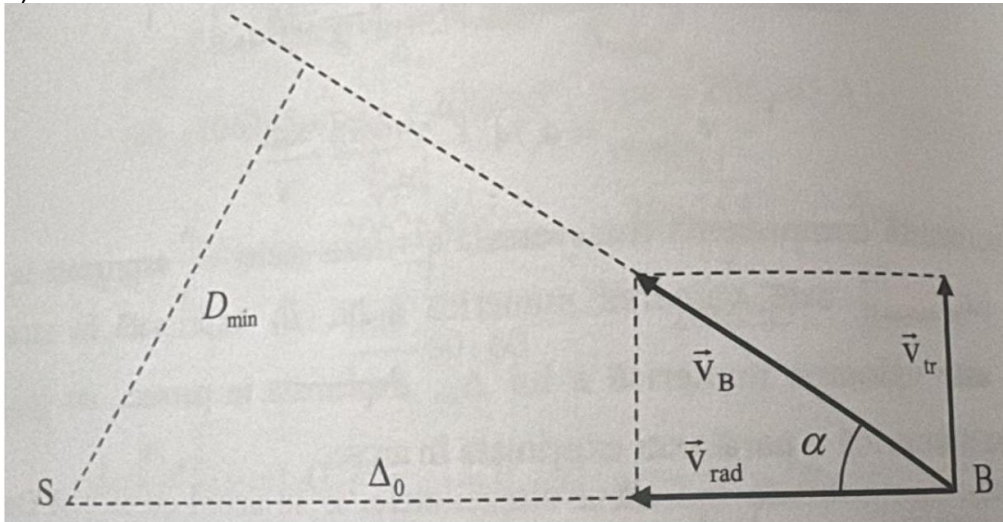
Subiectul II (Probleme scurte) (30+35+35=100 pct)

	P1 – Sistem binar	30 pct
a)	$E = \frac{1}{2}M_1v_1^2 + \frac{1}{2}M_2v_2^2 - \frac{GM_1M_2}{r_1 + r_2}$	7 pct
b)	Pentru sistemul binar, $F_1 = \frac{GM_1M_2}{(r_1 + r_2)^2} = \frac{GM_1M_2}{r^2}, \quad E_p = -\frac{GM_1M_2}{r_1 + r_2} = \frac{GM_1M_2}{r}$ Pentru sistemul echivalent, $F_1 = \frac{G\mu M}{r^2} = \frac{G \frac{M_1M_2}{M_1 + M_2} (M_1 + M_2)}{r^2}, \quad E_p = -\frac{GM\mu}{r} = \frac{G \frac{M_1M_2}{M_1 + M_2} (M_1 + M_2)}{r}$ Observam ca cele doua sisteme au formule echivalente pentru forta si energie potentiala.	10 pct
c)	Aplicand a treia lege a lui Kepler, $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)} \Rightarrow 2\pi r \sqrt{\frac{r}{G(M_1 + M_2)}} = 2\pi(r_1 + r_2) \sqrt{\frac{r_1 + r_2}{G(M_1 + M_2)}}$ (Se poate ajunge la acelasi raspuns observand ca cele doua stele trebuie sa aiba aceeasi viteza unghiulara in jurul centrului de masa)	13pct
	P2- La multi ani vlad!	35 pct

	Problema Ziua lui Vlad	35 pct
a)		18 pct
	Apusul se petrece initial la $h_{\odot} = 0^\circ$. Din triunghiul paralactic, $\cos H = -\tan(\varphi) \tan(\delta)$	3 pct

	La data de 27 Mai, soarele are o longitudine ecliptica egala cu aproximativ: $\lambda = \frac{\#nr\ zile\ de\ la\ 21\ Martie}{356} \cdot 360^\circ = \frac{67}{356} \cdot 360 \approx 66^\circ 5'$	2 pct
	Considerand miscarea soarelui pe ecliptica fata de ecuator si aplicand regula sinusurilor, avem: $\frac{\sin(\delta)}{\sin(\varepsilon)} = \frac{\sin(\lambda)}{\sin(90^\circ)} \Rightarrow \sin(\delta) = \sin(\varepsilon) \sin(\lambda)$ $\delta = 21^\circ 19'$	4 pct
	$H = \pm \arccos(-\tan(47^\circ) \tan(21^\circ 19')) = \pm 7^h 39^{min}$ Deoarece se cauta apusul, solutia corecta va fi cea pozitiva.	4 pct
	Din grafic, $\eta = -4^{min}$	1 pct
	$t_l = H_\odot + 12^h + n - L + \eta = 20^h 39^{min} 30^{sec}$ Se accepta eroare de $\pm 1^{min}$, datorita aproximarii.	4 pct
	b)	10 pct
	La noul apus, din triunghiul paralactic, $\sin(h) = \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) \cos(H')$	2 pct
	$H' = \arccos\left(\frac{\sin(h) - \sin(\varphi) \sin(\delta)}{\cos(\varphi) \cos(\delta)}\right) = 7^h 42^{min} 47^{sec}$	3 pct
	In formula pentru timpul local, singurul termen care se schimba este H . Astfel, avem $\Delta t_l = \Delta H = H' - H = 3^{min} 47^{sec}$	5 pct
	c)	7 pct
	Singura diferenta intre formulele timpului local la rasarit si la apus este semnul lui H' . Astfel avem $\Delta t_l = \Delta H' = H'_{rasarit} - H'_{apus} = 24^h - 2H' = 8^h 34^{min}$	7pct
	Total	100p

	P3 – 61 Cygni	35 pct
	a) Deoarece $v_{rad} < 0$, steaua se deplaseaza spre observatori, si are deplasare spre albastru a liniilor spectrale. Afirmatia este ADEVARATA.	5 pct

b)		10 pct
	$\mu_{\alpha} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\alpha_{2000} - \alpha_{1900}}{2000 - 1900} = \frac{35.27^s}{100 \text{ ani}} = 5.291 \text{ arcsec/an}$	4 pct
	$\mu_{\delta} = \frac{\delta_{2000} - \delta_{1900}}{2000 - 1900} = \frac{5'26.9''}{100 \text{ ani}} = 3.269 \text{ arcsec/an}$	4 pct
	$\mu = \sqrt{(\mu_{\alpha} \cos(\delta))^2 + \mu_{\delta}^2}$ Putem aproxima $\delta = \frac{\delta_{2000} + \delta_{1900}}{2}$, si obtinem $\mu = 5.266 \text{ arcsec/an}$	2 pct
c)	$v = \sqrt{v_{\theta}^2 + v_r^2} = \sqrt{\left(4.74 \frac{\mu}{p(\text{arcsec})} \left(\frac{\text{km}}{\text{s}}\right)\right)^2 + v_r^2} = 109.4 \frac{\text{km}}{\text{s}}$	7pct
d)	 $D_{\min} = d \sin(\alpha) = d \cdot \frac{v_{\theta}}{v} = \frac{1}{p} \cdot \frac{v_{\theta}}{v} = 2.791 \text{ pc}$	8 pct
TOTAL		100 pc

Subiectul III

P4 – Gigel si telescoapele	50 pct
a) Diametrul unghiular al obiectelor deepsky luminoase(inclusiv nebuloasa Orion sau M42) este mult mai mare ca cel al planetelor(inclusive Saturn). În general, ca urmare a distanței focale mari ale telescoapelor de tip Schmidt-Cassegrain, acestea sunt potrivite pentru observații planetare. Ideea de bază	7 pct

	în cazul de față este că pentru a avea cele mai bune rezultate ne dorim să obținem o magnificație cât mai mare pentru a observa planeta Saturn, iar una cât mai mică în cazul Messier 42. De asemenea, cele două telescoape au aceeași reflectanță, deci vor colecta la fel de multă lumină. Cum capacitatea de colectare a luminii celor două telescoape este identică, rezultă singurul factor decisiv este magnificația. Calculând magnificația cu formula $\frac{f_{telescop}}{f_{ocular}}$, deducem că Gigel va folosi telescopul Newtonian împreună cu ocularul de 25mm pentru a observa nebuloasa, iar pentru Saturn Schmidt-Cassegrain-ul alături de ocularul de 10mm. $\Rightarrow \text{magnificație}_{\text{Saturn}}=250\times, \text{ magnificație}_{\text{M42}}=48\times$	
	b) Cum cele două telescoape au același diametru și aceeași reflectanță rezultă că vor colecta aceeași cantitate de lumină.	5 pct
	c) unoscând diametrul oglinzii și raportul focal al celor două telescoape, putem calcula cu ușurință distanțele focale folosind formula $\frac{f_{telescop}}{D_{telescop}}$. Obținem: $f_{\text{Newton}}=1270\text{mm}, f_{\text{SCT}}=2540\text{mm}$ Pentru a observa asteroidul mai mult timp este necesar un câmp vizual cât mai mare. Telescopul Newtonian f/5 are o distanță focală mai scurtă (1270mm), ceea ce înseamnă un câmp vizual mai larg spre deosebire de telescopul SCT f/10 care are o distanță focală dublă (2540mm), ceea ce înseamnă automat un câmp vizual mult mai îngust. Astfel, Gigel va observa asteroidul prin telescopul Newtonian mai mult timp.	8 pct
	d) $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 GM} = 1.427 \cdot 10^{12} m = 9.54 \text{ UA}$ $d_{\text{afeliu}} = a(1 + e) = 10.08 \text{ UA}$ $d_{\text{periheliu}} = a(1 - e) = 9.00 \text{ UA}$ $\Rightarrow t_{\text{afeliu}} = \frac{d_{\text{afeliu}}}{c} = 84^{\text{min}} \quad 47^{\text{sec}}$ $\Rightarrow t_{\text{periheliu}} = \frac{d_{\text{periheliu}}}{c} = 74^{\text{min}} \quad 48^{\text{sec}}$ Folosind ecuația Vis Viva la afeliu și la periheliu,	20 pct

	$\frac{v_{min}}{v_{max}} = \frac{\sqrt{GM\left(\frac{2}{r_{max}} - \frac{1}{a}\right)}}{\sqrt{GM\left(\frac{2}{r_{min}} - \frac{1}{a}\right)}} = \frac{\sqrt{\frac{2}{a(1+e)} - \frac{1}{a}}}{\sqrt{\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1}{a}}} = \frac{\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}}{\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}} = \frac{1-e}{1+e} = 1.12$	
e)	$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} = 163147 \text{ s} \approx 45.3 \text{ h}$	10 pct
Total		100p

	Problema 5- Eddington si presiune	100 pct
A	a) Conform legii lui Gauss, $F_g = \frac{GM_{int}\mu}{r^2}$ $a = \frac{GM_{int}}{r^2}$	2 pct
	b) $F = \frac{L}{4\pi r^2}$	2 pct
	c) Prin analiza dimensiunala, $a = \frac{\kappa F}{c}$ Se acorda 4 puncte pe raspuns final si 5 puncte pe abordare si calcul al coeficientilor prin rezolvarea sistemului de ecuatii.	9 pct
	d) $\frac{GM}{R^2} = \frac{\kappa}{c} \cdot \frac{L}{4\pi R^2} \Rightarrow L = \frac{4\pi c GM}{\kappa}$	7 pct
	e) $L_E = 1.453 \cdot 10^{30} \approx 3800 L_{\odot}$	3 pct
	f) Da, exista numeroase obiecte care depasesc limita Eddington, prin campuri magnetice foarte puternice, capturarea fotonica si alte mecanisme. In general, obiectele ceresti pot depasi limita eddington prin intervenirea altor forte decat cea gravitationala in echilibrul stelei.	2 pct

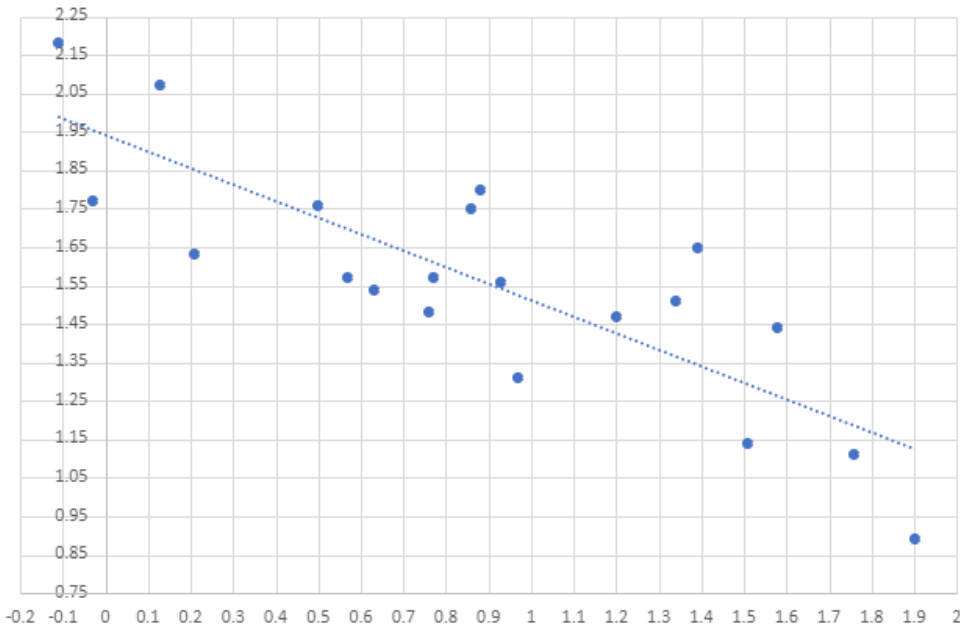
2	g)	$dV \approx S \cdot dr = 4\pi r^2 dr$	5 pct
	h)		10pct
		$p(r + dr)S + \frac{Gm_{int}dm}{r^2} = p(r)S$	5 pct
		$F_g = -G \cdot \frac{m_{int}dm}{r^2 \cdot 4\pi r^2} = -G \cdot \frac{\frac{4\pi}{3}r^3 \rho \cdot \rho dV}{4\pi r^4}$	2pct
		$dp = -G \cdot \frac{\rho \cdot \frac{4\pi}{3}r^3}{r^2} \cdot \frac{\rho \cdot 4\pi r^2 dr}{4\pi r^2} = -\frac{4\pi}{3}G\rho^2 r dr$	3 pct
	i)	$\int_{p_{centru}}^{p_{exterior}} dp = -p(0) = -\frac{4\pi}{3}G\rho^2 \cdot \int_0^R r dr$ $p_{centru} = \frac{2\pi}{3}G\rho^2 R^2$	10 pct

Subiectul IV - AD

	Problema Baldwin	100 pct
a)	$[k] = [W_\lambda][L^{-\alpha}] = m \cdot W^\alpha = kg^\alpha \cdot m^{2\alpha+1} \cdot s^{-3\alpha}$	5pct
b)		15 pct
	Datele urmeaza o lege exponentiala, deci o metoda de liniarizare e logaritmare. $y = \log(W_\lambda)$ $x = \log(L)$	15pct
c)		45 pct
	Date logaritmata (tablul nu e necesar pentru acordarea punctajului total)	

-0.11	2.18
-0.03	1.77
0.13	2.07
0.21	1.63
0.5	1.76
0.57	1.57
0.63	1.54
0.76	1.48
0.77	1.57
0.86	1.75
0.88	1.8
0.93	1.56
0.97	1.31
1.2	1.47
1.34	1.51
1.39	1.65
1.51	1.14
1.58	1.44
1.76	1.11
1.9	0.89

Grafic $\log(W)$ in functie de $\log(L)$

	 Aspect (denumiri axe, numere la intervale regulate, aspect general etc) 5pct 40 pct = 20 * 2pct/valoare din tabel	
	d)	15pct
	Din cele mai mici patrate pe grafic, $\alpha \approx 0.429$	10 pct
	$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{W_1}{W_2}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} = 10^{-\frac{1}{0.429}} \approx 4.67 \cdot 10^{-3}$	5pct
	e)	10pct
	$\Delta E = h\Delta\nu = h(\nu_{max} - \nu_{min}) = hc \left(\frac{1}{\lambda_{min}} - \frac{1}{\lambda_{max}} \right)$ $= hc \left(\frac{1}{\lambda_0 - \frac{W_\lambda}{2}} - \frac{1}{\lambda_0 + \frac{W_\lambda}{2}} \right) = hc \left(\frac{\lambda_0 + \frac{W_\lambda}{2} - \left(\lambda_0 - \frac{W_\lambda}{2} \right)}{\lambda_0^2 - \frac{W_\lambda^2}{4}} \right) = \frac{hcW_\lambda}{\lambda_0^2 - \frac{W_\lambda^2}{4}}$ $\varepsilon_{rel} = \frac{\Delta E}{E_0} = \frac{\Delta E}{\frac{hc}{\lambda_0}} = \frac{W_\lambda \lambda_0}{\lambda_0^2 - \frac{W_\lambda^2}{4}}$ (5puncte deductie corecta, 5 puncte formula finala corecta)	10 pct

	f)	10pct					
	<table><tr><td>2.24%</td></tr><tr><td>7.60%</td></tr><tr><td>2.40%</td></tr><tr><td>2.89%</td></tr><tr><td>2.40%</td></tr></table> (erori relative pentru primele 5 valori din tabel. 2pct/valoare corecta).	2.24%	7.60%	2.40%	2.89%	2.40%	10pct
2.24%							
7.60%							
2.40%							
2.89%							
2.40%							
	Total	100p					