

Barem ORAA Juniori – Proba Teoretică

Grile (10x10p=100 pct)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	c	d	a	a	a	b	c	c	a

Subiectul II (Probleme scurte) (30+35+35=100 pct)

	P1 – Satelit geostaționar	30 pct
	a)	17 pct
	$T_{satelit} = T_{sid} = 86160s$	3 pct
	$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot GM} \approx 42148.7 \text{ km}$	10 pct
	Înălțimea deasupra pământului va fi $h = r - R_P \approx 35808.7 \text{ km}$	4 pct
	b)	13pct
	Alinierea cu soarele se repetă atunci cand satelitul ajunge pe aceeași direcție cu soarele. Perioada sinodică (între doua alinieri cu soarele, se obține folosind vitezele unghiulare relative:	5 pct
	$\omega_{syn} = \omega_{sid} - \omega_{soare} \Rightarrow \frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T_{sid}} - \frac{1}{T_{an}}$	5 pct
	$T_{syn} = \frac{1}{\frac{1}{T_{sid}} - \frac{1}{T_{an}}} = 86395.9 \text{ s} \approx 23.9988 \text{ h} \approx 24 \text{ h}$	5 pct
	Deoarece Pământul avansează pe orbită în jurul Soarelui, după o zi siderală el mai trebuie să se rotească puțin (suplimentar) ca Soarele să revină pe aceeași poziție. De aceea ziua solară este puțin mai lungă decât ziua siderală.	3 pct
	P2 – Rita veverița și Soarele	35 pct
	a)	8pct
	$M_{Hidrogen} = \frac{73}{100} \cdot M_{\odot} = 1.451 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ $M_{Heliu} = \frac{25}{100} \cdot M_{\odot} = 4.97 \cdot 10^{29} \text{ kg}$	
	b)	8 pct

	$\theta = \frac{d}{R}$ in radieni	1pct
	$x = OB - OA = OB - R - h$ (identificarea componentelor lui ψ și x OA)	3pct
	$OB = (R + H) \cos \theta \Rightarrow x = (R + H) \cos(\theta) - R - h$ (Calculare și formula finala pentru x)	6pct
	Aflarea lui y	15pct
	$\angle ODA = 90^\circ \Rightarrow \angle DOA = \angle EAD = \psi$ (Asemănare de triunghiuri, recunoașterea egalității celor doua unghiuri chiar daca nu scrisa explicit)	3 pct
	$\cos \psi = \frac{R}{R + h}$	2pct
	$y = DE = AD \sin \psi$ (Identificarea componentei pe desen și ca formulay	2pct
	$AD = \sqrt{(R + h)^2 - R^2}$	2pct
	$\sin \psi = \sqrt{1 - \frac{R^2}{(R + h)^2}}$	2pct
	$y = (R + h) \left(1 - \frac{R^2}{(R + h)^2} \right) = R + h - \frac{R^2}{R + h}$ (formula finala)	4 pct
	Finalizare	3 pct
	$H' = x + y = R + h - \frac{R^2}{R + h} + (R + H) \cos \left(\frac{d}{R} \right) - R - h$ $\Rightarrow H' = (R + H) \cos \left(\frac{d}{R} \right) - \frac{R^2}{R + h}$ (formula finala)	2 pct
	$H' = 8621.74 \text{ m}$ (Eroare acceptata de 10 metri)	1pct
	Total	100p

Subiectul III (Probleme lungi) (50+50 = 100 pct)

	P4 – La mulți ani, Vlad!	50 pct
	a)	25 pct
	Apusul se petrece initial la $h_{\odot} = 0^{\circ}$. Din triunghiul paralactic, $\cos H = -\tan(\varphi) \tan(\delta)$	5 pct
	La data de 27 Mai, soarele are o longitudine ecliptica egala cu aproximativ: $\lambda = \frac{\text{\#nr zile de la 21 Martie}}{356} \cdot 360^{\circ} = \frac{67}{356} \cdot 350 \approx 66^{\circ}5'$	4 pct
	Considerand mișcarea soarelui pe ecliptica fata de ecuator și aplicand regula sinusurilor, avem: $\frac{\sin(\delta)}{\sin(\varepsilon)} = \frac{\sin(\lambda)}{\sin(90^{\circ})} \Rightarrow \sin(\delta) = \sin(\varepsilon) \sin(\lambda)$ $\delta = 21^{\circ}19'$	5 pct
	$H = \pm \arccos(-\tan(47^{\circ}) \tan(21^{\circ}19')) = \pm 7^h 39^{min}$ Deoarece se cauta apusul, solutia corecta va fi cea pozitiva.	5 pct
	Din grafic, $\eta = -4^{min}$	1 pct
	$t_l = H_{\odot} + 12^h + n - L + \eta = 20^h 39^{min} 30^{sec}$ Se accepta eroare de , datorită aproximărilor. $\pm 1^{min}$	5 pct
	b)	15 pct
	La noul apus, din triunghiul paralactic, $\sin(h) = \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) \cos(H')$	5 pct
	$H' = \arccos\left(\frac{\sin(h) - \sin(\varphi) \sin(\delta)}{\cos(\varphi) \cos(\delta)}\right) = 7^h 42^{min} 47^{sec}$	3pct
	In formula pentru timpul local, singurul termen care se schimba este H . Astfel, avem $\Delta t_l = \Delta H = H' - H = 3^{min} 47^{sec}$	7 pct
	c)	10 pct
	Singura diferenta intre formulele timpului local la răsărit și apus este semnul unghiului orar, considerand ca ecuatia timpului e aproximativ constanta.	10 pct

	Deoarece $-H$ corespunde răsăritului, iar $+H$ apusului, avem $\Delta t_l = \Delta H' = H'_{\text{apus}} - H'_{\text{răsărit}} = 24^h - 2H' = 8^h 34^{\text{min}}$	
	P5 – Gigel și telescoapele	50 pct
	a) Diametrul unghiular al obiectelor deepsky luminoase (inclusiv nebuloasa Orion sau M42) este mult mai mare ca cel al planetelor (inclusive Saturn). În general, ca urmare a distanței focale mari ale telescoapelor de tip Schmidt-Cassegrain, acestea sunt potrivite pentru observații planetare. Ideea de bază în cazul de față este că pentru a avea cele mai bune rezultate ne dorim să obținem o magnificație cât mai mare pentru a observa planeta Saturn, iar una cât mai mică în cazul Messier 42. De asemenea, cele două telescoape au aceeași reflectanță, deci vor colecta la fel de multă lumină. Cum capacitatea de colectare a luminii celor două telescoape este identică, rezultă singurul factor decisiv este magnificația. Calculând magnificația cu formula, deducem că Gigel va folosi telescopul Newtonian împreună cu ocularul de 25mm pentru a observa nebuloasa, iar pentru Saturn Schmidt-Cassegrain-ul alături de ocularul de 10mm. $\frac{f_{\text{telescop}}}{f_{\text{ocular}}} \Rightarrow \text{magnificație}_{\text{Saturn}} = 250\times, \text{ magnificație}_{\text{M42}} = 48\times$	7 pct
	b) Cum cele două telescoape au același diametru și aceeași reflectanță rezultă că vor colecta aceeași cantitate de lumină.	5 pct
	c) Cunoscând diametrul oglinzii și raportul focal al celor două telescoape, putem calcula cu ușurință distanțele focale folosind formula. Obținem: $\frac{f_{\text{telescop}}}{D_{\text{telescop}}}$ $f_{\text{Newton}} = 1270\text{mm}, f_{\text{SCT}} = 2540\text{mm}$ Pentru a observa asteroidul mai mult timp este necesar un câmp vizual cât mai mare. Telescopul Newtonian f/5 are o distanță focală mai scurtă (1270mm), ceea ce înseamnă un câmp vizual mai larg spre deosebire de telescopul SCT f/10 care are o distanță focală dublă (2540mm), ceea ce înseamnă automat un câmp vizual mult mai îngust. Astfel, Gigel va observa asteroidul prin telescopul Newtonian mai mult timp.	8 pct
	d)	20 pct

	$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 GM} = 1.427 \cdot 10^{12} m = 9.54 \text{ UA}$ $d_{afeliu} = a(1 + e) = 10.08 \text{ UA}$ $d_{periheliu} = a(1 - e) = 9.00 \text{ UA}$ $\Rightarrow t_{afeliu} = \frac{d_{afeliu}}{c} = 84^{\text{min}} \quad 47^{\text{sec}}$ $\Rightarrow t_{periheliu} = \frac{d_{periheliu}}{c} = 74^{\text{min}} \quad 48^{\text{sec}}$ Folosind ecuatia Vis Viva la afeliu și la periheliu, $\frac{v_{min}}{v_{max}} = \frac{\sqrt{GM\left(\frac{2}{r_{max}} - \frac{1}{a}\right)}}{\sqrt{GM\left(\frac{2}{r_{min}} - \frac{1}{a}\right)}} = \frac{\sqrt{\frac{2}{a(1+e)} - \frac{1}{a}}}{\sqrt{\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1}{a}}} = \frac{\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}}{\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}} = \frac{1-e}{1+e} = 1.12$	
e)	$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} = 163147 \text{ s} \approx 45.3 \text{ h}$	10 pct
Total		100p