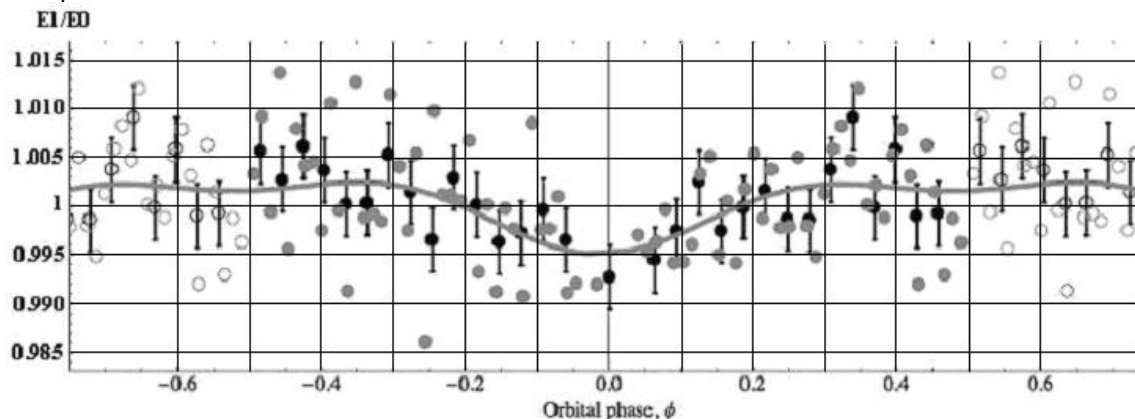


## 1. Экзопланета

Недавно астрономы обнаружили экзопланету, которая практически не отражает свет и относится к классу горячих Юпитеров: ее масса составляет 12 юпитерианской, а средний радиус орбиты – 0,036 астрономической единицы, период 2,47 суток. Данные об экзопланете были получены при помощи телескопа "Кеплер", который непрерывно наблюдает регион неба между созвездиями Лебедя и Лиры. Запущенный в марте 2009 года аппарат способен регистрировать не только газовые гиганты, но и планеты, размер которых сравним с размером Земли. Недавно ученые обнаружили, что экзопланеты способны вызывать колоссальные приливные волны на звездах, которые оказывают ощутимое влияние на спектральные параметры излучения светила. В частности, с учетом этого эффекта ученым удалось доказать, что планета движется вокруг звезды по круговой орбите.



На графике (см. на отдельном листе) приведён нормированный на излучения звезды поток излучения от системы в зависимости от фазы (фаза  $\phi$  дана в радианах).

Задания

1) Во время прохождения выделяют четыре «контакта», когда контур меньшего объекта касается контура большего объекта в одной точке (аналогично контактам при затмениях). Контакты происходят в следующем порядке:

- Первый контакт: Меньшее тело полностью снаружи большего, движется внутрь
- Второй контакт: Меньшее тело полностью внутри большего, продолжает движение внутрь
- Третий контакт: Меньшее тело полностью внутри большего, движется наружу
- Четвёртый контакт: Меньшее тело полностью снаружи большего, начинает удаляться

На приведённом графике отметьте точки первого, второго, третьего и четвёртого контакта. Выпишите в тетради значения фазы для каждого контакта.

2) Определите продолжительность затмения (длительность прохождения планеты по диску звезды).

3) Определите наклонение орбиты (для экзопланет и двойных звёзд за плоскость отсчёта принимают картинную плоскость – плоскость, перпендикулярную лучу зрения).

4) Определите радиус звезды.

5) Определите радиус планеты.

### Решение

1) (10%)

- Первый контакт: -0,3
- Второй контакт: -0,05
- Третий контакт: 0,05
- Четвёртый контакт: 0,3

2) (20%) время (длительность) прохождения планеты

период  $T = 2,47$  суток, разность фаз между первым и последним контактами  $\phi_{14} = 0,6$  рад.,

полный период соответствует  $6,28$  рад., отсюда время прохождения  $t = T \frac{\phi_{14}}{2\pi} = 0,236$  сут

(5,66 ч.).

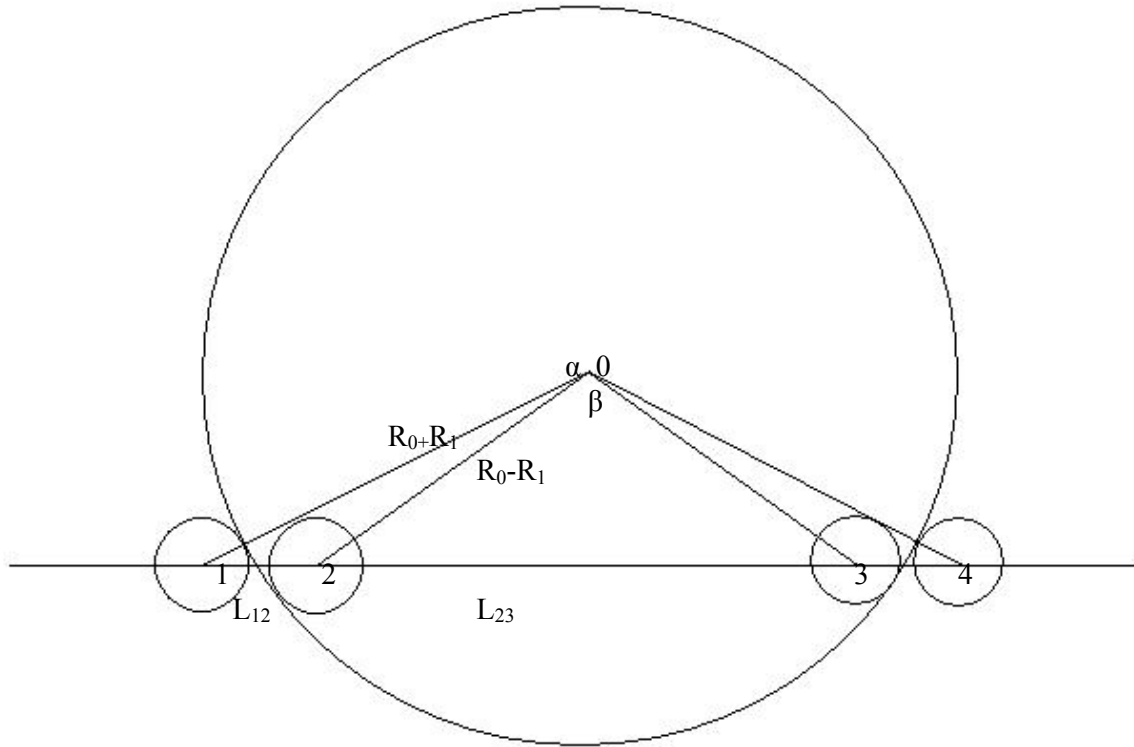
3) определение наклонения орбиты (20%)

4) определение радиуса звезды (15%)

5) определение радиуса планеты (15%)

Обозначим  $R_0$  – радиус звезды,  $R_1$  – радиус экзопланеты.

Из графика можем найти соотношение радиусов планеты и звезды: при прохождении поток излучения на минимуме соответствует покрытию планеты звездой, отсюда соотношение потоков будет соответствовать соотношению площадей поверхностей:  $S_0/S_1=E_0/E_1$ ,  $E_0=1$ ,  $E_1=7*10^{-3}$ ,  $(R_0/R_1)^2= E_0/E_1=1/7*10^{-3}$ , отсюда  $R_0=12 R_1$



Рассмотрим рисунок 1.

На рисунке цифрами обозначены точки, соответствующие контактам,  $L_{12}$  и  $L_{23}$  – расстояния

между соответствующими контактами:  $L_{12}= 2\pi R \frac{\Phi_{12}}{2\pi} = 0.25R = 0,009 \text{ а.е.}$

$$L_{23}= 2\pi R \frac{\Phi_{23}}{2\pi} = 0.1R = 0.0036 \text{ а.е.}$$

Для треугольников 012, 023 и 013 можем написать

$$L_{12}^2 = (R_0 + R_1)^2 + (R_0 - R_1)^2 - 2(R_0 + R_1)(R_0 - R_1)\cos \alpha$$

$$L_{23}^2 = 2(R_0 - R_1)^2(1 - \cos \beta)$$

$$(L_{12} + L_{23})^2 = (R_0 + R_1)^2 + (R_0 - R_1)^2 - 2(R_0 + R_1)(R_0 - R_1)\cos(\alpha + \beta)$$

Используя соотношения для радиусов, получим систему

$$L_{12}^2 = R_1^2(290 - 286 \cos \alpha) \quad L_{23}^2 = 242R_1^2(1 - \cos \beta)$$

$$(L_{12} + L_{23})^2 = R_1^2(290 - 286 \cos(\alpha + \beta))$$

отсюда  $R_1 = 1,54*10^{-3} \text{ а.е.}$ ,  $R_0 = 18,48*10^{-3} \text{ а.е.}$

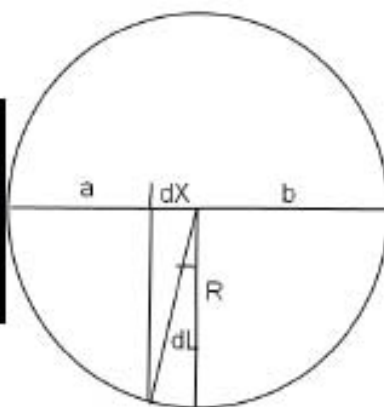
Теперь, если найдем высоту равнобедренного треугольника

$$H = \sqrt{(R_0 - R_1)^2 - L_{23}^2 / 4} = \sqrt{0,0002869636 - 0,00000324} = 0.0168 \text{ а.е.}$$

можем вычислить наклонение

$$\sin(90-i)=H/R=0.0168/0.036=0.466, i=62.18^\circ$$

## САТУРН 2010



**Задание 1.** По серии изображений определить период вращения Сатурна, а также скорость и направление дрейфа уникального образования в атмосфере Сатурна – Большого Северного Возмущения (БСВ), возникшего 8 декабря 2010 года.

1. По двум изображениям Сатурна за 13 декабря определить период вращения планеты  $T$  по угловому перемещению БСВ за интервал времени между снимками.
2. По всем результатам измерений построить график зависимости долготы  $L$  ядра БСВ от времени  $t$ . Время можно взять в часах и долях часа. За 0 часов 0 минут взять дату первого снимка. Наклон графика покажет, в каком направлении и с какой угловой скоростью смещается БСВ.
3. Определить величину радиуса  $R=(a+b)/2$  на широте БСВ в километрах, определить линейную скорость течения на широте ядра БСВ, воспользовавшись графиком зависимости  $L$  от  $t$ .

**ПОЯСНЕНИЯ:** Наклоном экватора к лучу зрения (направление Земля-Сатурн) можно пренебречь. На снимках север вверх. Экваториальный радиус Сатурна  $R_0 = 60266$  км. Планета вращается против часовой стрелки, если смотреть с северного полюса или слева направо на рисунке. При вращении планеты долгота центрального меридиана увеличивается, это значит, что на рисунках долгота  $L$  возрастает справа налево.

**Подписи содержат:** Дата (2010 декабрь число) Время UT (час мин). Долгота центрального меридиана дана в системе вращения планеты **ЛСМ** (градусы).

На рисунке справа сверху дана геометрия: сечение вид сверху (с севера), где радиус  $R$  соответствует радиусу на широте БСВ. Очевидно, что  $R < R_0$ .

### РЕШЕНИЕ.

Исходные данные и измерения.

N снимка	UT(день час:мин)	$L^\circ$ (градус)	$R_0$ (мм)	$R$ (мм)	$dX$ (мм)
1	10 <sup>d</sup> 18:14	257	30	26.5	+1.5
2	13 <sup>d</sup> 20:32	242	31.5	28.5	+8.5
3	13 <sup>d</sup> 21:36	278	32	28.5	-6.5
4	14 <sup>d</sup> 18:31	265	28	25	0
5	17 <sup>d</sup> 10:20	261	27.5	24.5	+3
6	23 <sup>d</sup> 16:19	287	27.5	24.5	-1
7	26 <sup>d</sup> 18:58	289	27.5	24.5	0

Вычисления.

Из геометрии следует, что угловое смещение  $dL = \arcsin(dX/R)$ .

N	UT(день	t(час)	dL(град)	L(град)	$R/R_0$	$R=(R/R_0) 60266$
---	---------	--------	----------	---------	---------	-------------------

снимка	час:мин)					км
1	10 <sup>d</sup> 18:14	0	+3.24	260.24	0.883	53235
2	13 <sup>d</sup> 20:32	74.30	+17.35	259.35	0.905	54526
3	13 <sup>d</sup> 21:36	75.37	-13.18	264.82	0.891	53674
4	14 <sup>d</sup> 18:31	96.28	0	265	0.893	53809
5	17 <sup>d</sup> 10:20	160.10	+7.03	268.03	0.891	53692
6	23 <sup>d</sup> 16:19	310.08	-2.34	284.66	0.891	53692
7	26 <sup>d</sup> 18:58	384.73	0	289	0.891	53692

1. Период вращения планеты по данным за 13 декабря.

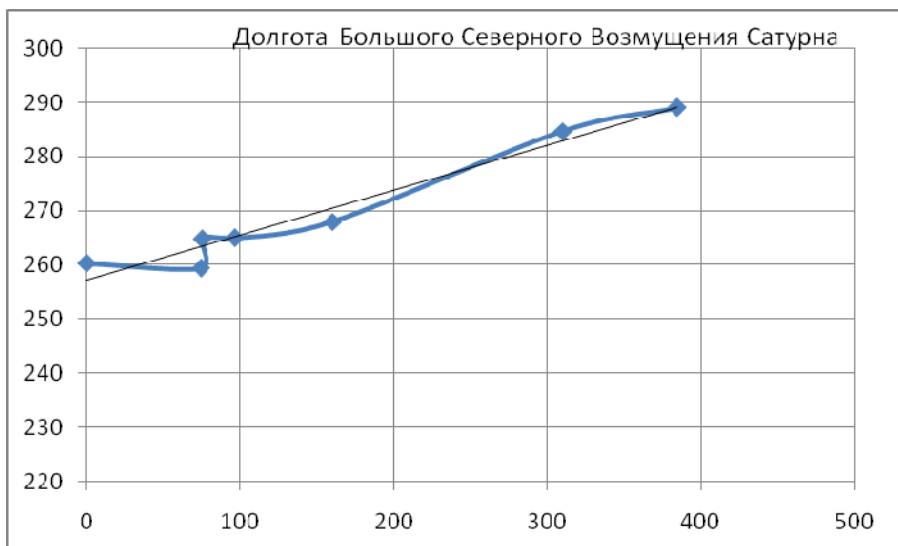
Из 2-й таблицы видно, что БСВ вращается не синхронно с планетой (долготы во 2-й и 3-й строке не совпали), поэтому определение периода вращения планеты по этой детали будет приближительным.

$$dL(13^d 20:32) - dL(13^d 21:36) = 17.35 + 13.18 = 30^{\circ}.53.$$

$$\text{Период вращения } T = (360^{\circ} / 30^{\circ}.53) * (75.37 - 74.30) = 11.79 * 1.07 = 12.6 \text{ часа.}$$

В этом промежутке времени БСВ двигалась медленнее планеты.

2. График зависимости долготы БСВ(в градусах) от времени в часах.



3. Радиус ( $R = (R/R_0) * 60266$  км) на широте БСВ в километрах, полученный по всем измерениям, приведен в последнем столбце 2-й таблицы. Средний радиус по всем семи измерениям:  $R = 53760$  км. Максимальные отклонения от среднего  $-525$  км и  $+766$  км.

График показывает, что пятно смещается в сторону увеличения долгот, то есть в сторону, противоположную вращению планеты. По графику видно, что смещение пятна по долготам можно представить линейной зависимостью. Средняя скорость течения на широте ядра:

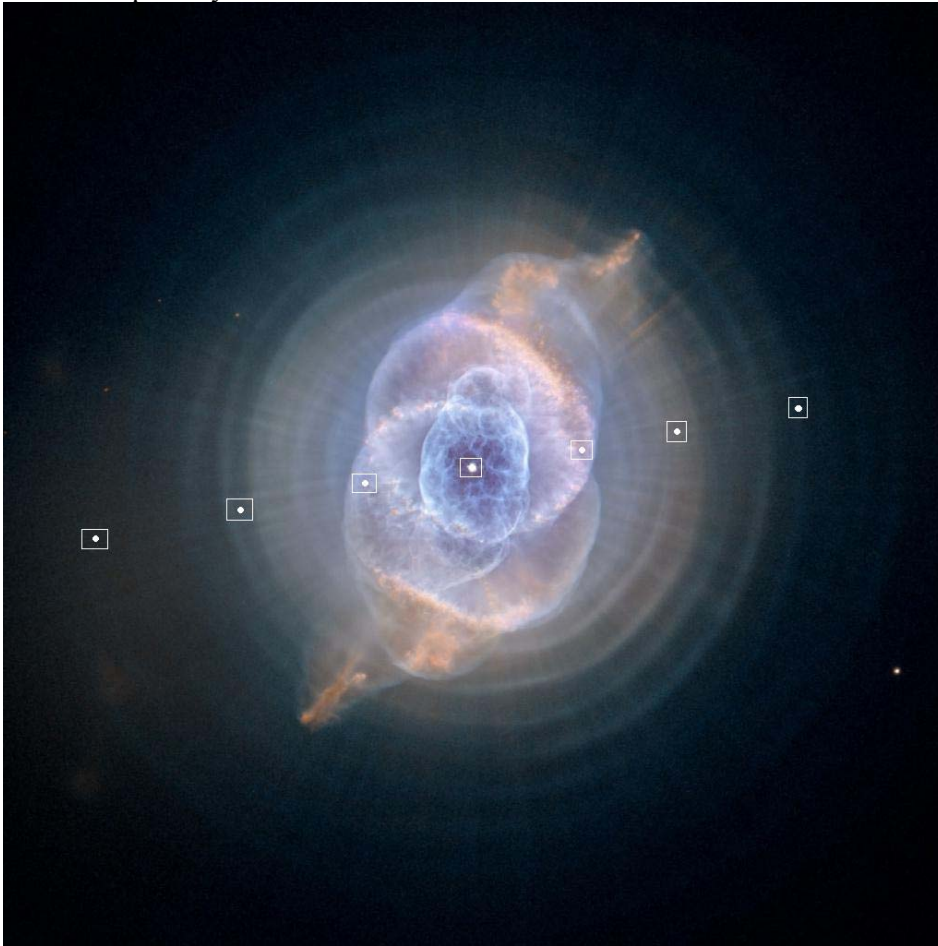
$$V = (L_7 - L_1) * 2\pi R / (t_7 - t_1) / 360^{\circ} = (289^{\circ} - 260^{\circ}) * 2\pi * 53760 \text{ км} / 384.73 / 360^{\circ} = 70.7 \text{ км/час}$$

в сторону, противоположную вращению планеты.

Можно дать результат чуть точнее. На графике прямая линия, построенная по измерениям в момент времени  $t=0$  соответствует долготе  $L$  около  $258^{\circ}$ . Правый конец прямой пересекает точку измерения. В результате средняя скорость течения будет немного больше:

$$V = (289^{\circ} - 258^{\circ}) * 2\pi * 53760 \text{ км} / 384.73 / 360^{\circ} = 75.6 \text{ км/час.}$$

## 2 Планетарная туманность



В таблице даны значения измерений длин волн спектральной линии водорода  $\lambda_0 = 6562,81 \text{ \AA}$  ( $H\alpha$ ) планетарной туманности NGC 6543 (точки показаны на рисунке). Постройте график зависимости радиальной скорости движения данных точек от координаты по склонению. Нарисуйте схему, показывающую, в каком направлении движется каждая точка. Считая, что крайние точки на таблице соответствуют границе туманности, определите скорость собственного движения (с какой скоростью приближается или удаляется вся туманность в целом) и скорость расширения туманности.

$\delta$	+66° 34'	+66° 35'	+66° 36'	+66° 37'	+66° 38'	+66° 39'	+66° 40'
$\lambda, \text{ \AA}$	6563,17	6562,80	6562,68	6562,40	6562,65	6562,77	6563,16

### Решение

Изменение длины волны из за эффекта Доплера дается формулой

$$\lambda = \lambda_0 \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

где  $\theta$  - угол между направлением на источник и вектором скорости в системе отсчёта приёмника.

При малых скоростях мы можем пренебречь корнем

$$\lambda = \lambda_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \theta \right)$$

Радиальная скорость  $v_r = v \cos \theta$ , отсюда

$$v_r = \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1 \right) c$$

первая и последняя точки движутся от наблюдателя, остальные в сторону наблюдателя. Так как на краю туманности расширение идет перпендикулярно, то смещение спектра происходит из-за собственного движения туманности. Скорость в этих точках соответствует скорости собственного движения туманности. Радиальная скорость в центре есть разность (сумма векторов) скорости собственного движения и скорости расширения туманности.

$$v_{r1} = \left( \frac{6563,17}{6562,81} - 1 \right) 299,79 = 16,445 \text{ км/с}$$

$$v_{r2} = \left( \frac{6562,80}{6562,81} - 1 \right) 299,79 = -0,456 \text{ км/с}$$

$$v_{r3} = \left( \frac{6562,68}{6562,81} - 1 \right) 299,79 = -5,938 \text{ км/с}$$

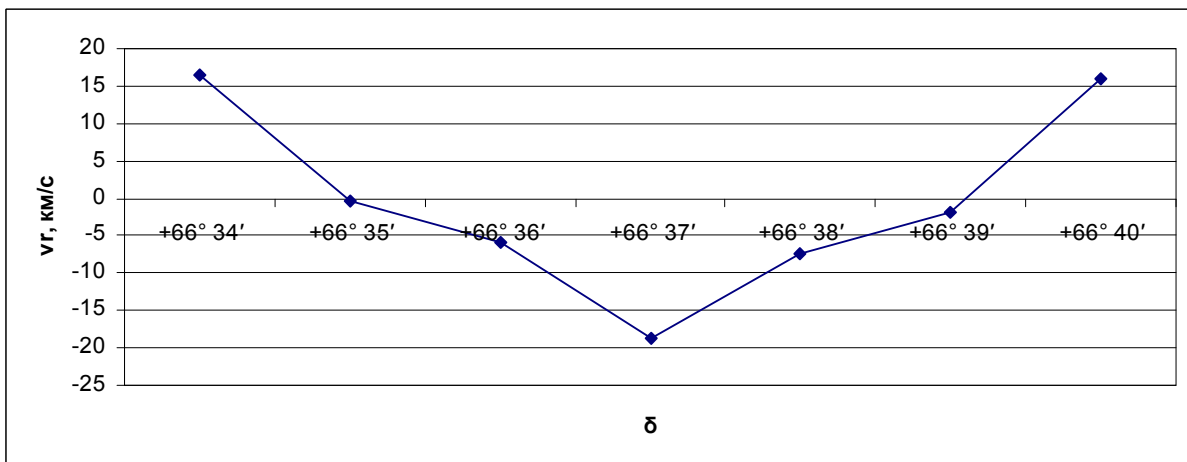
$$v_{r4} = \left( \frac{6562,40}{6562,81} - 1 \right) 299,79 = -18,729 \text{ км/с}$$

$$v_{r5} = \left( \frac{6562,65}{6562,81} - 1 \right) 299,79 = -7,308 \text{ км/с}$$

$$v_{r6} = \left( \frac{6563,16}{6562,81} - 1 \right) 299,79 = 15,988 \text{ км/с}$$

$\delta$	+66° 34'	+66° 35'	+66° 36'	+66° 37'	+66° 38'	+66° 39'	+66° 40'
$v_r$ , км/с	16,445	-0,456	-5,938	-18,729	-7,308	-1,827	15,988

Разность скоростей крайних точек соответствует перпендикулярной лучу зрения составляющей скорости туманности



$$v_c = 16,2 \text{ км/с}, v_p = 16,2 + 18,7 = 34,9 \text{ км/с}$$